COMPLEMENTO T.P. 1

Problema 1.

Resuelva la siguiente ecuación aplicando propiedades de módulo, para todos los $x \in (4{,}10)$:

$$|x+2| - |x-12| + |2x-22| = x+36$$

Problema 2.

Elimine las barras de valor absoluto utilizando las propiedades correspondientes, para $1 \leq x < 6$ y resuelva luego la siguiente ecuación: $|x-8| + |3x| - |4x+1| = 5$

Problema 3.

Dada la siguiente ecuación

$$\frac{4\,|x-6| - |-2x+12|}{|-3|\,3} = |-2|$$

Se pide:

a) Simplifíquela aplicando propiedades del valor absoluto. Y exprese en lenguaje ordinario qué significa esa expresión simplificada.
b) Halle su conjunto solución y represéntelo sobre la recta numérica.

Problema 4.

Dada la siguiente ecuación

$$|49-7x| - |x-7| = |-12|$$

Se pide:

a) Simplifíquela aplicando propiedades del valor absoluto. Y exprese en lenguaje ordinario qué significa esa expresión simplificada.
b) Halle su conjunto solución y represéntelo sobre la recta numérica.

Problema 5

Aplicar propiedades de módulo y resolver la siguiente ecuación:

$$|6.x-30| - \frac{|7.x-35|}{|-3-4|} = |-8-7|$$

Problema 6

Elimine barras de valor absoluto y simplifique las siguientes expresiones, utilizando las propiedades correspondientes:

a) $\frac{|x-5|}{|5-x|}$

b) Para valores de $x \in (-6{,}2)$:

$$|x-4| - |2x+12| - |6-x|$$

Problema 7

Dada la expresión *"La distancia entre el triple de un número y el número -5 es de 4 unidades".*

a) Simbolícela en lenguaje matemático.
b) Dé el o los valores que hacen verdadera la expresión.

Respuestas

1) x=-24

2) 2) x=1

3) a) Números cuya distancia al 6 es igual a 9 unidades. b) x=15 , x=-3

4) a) Números cuya distancia al 7 es igual a 2 unidades. b) x=9 , x=5

5) a) Números cuya distancia al 5 es igual a 3 unidades. b) x=2 , x=8

6) a)1 b) -2x-14

7) a)$|3x + 5| = 4$ b) x=-1/3 , x=-3

COMPLEMENTO T.P. 2

Problema 1

Si las variables x e y representan números reales con $x \neq 0$ e $y \neq 0$, simplifique completamente la siguiente expresión, eliminando raíces y exponentes negativos:

a) $\dfrac{(pq^2r^{-1})^2(pqr^{-1})^{-1}}{\sqrt{p}(q^{-3}r)^{-3}}$

b) $\dfrac{\sqrt{5x^{-2}y}\ .\ \sqrt[3]{\frac{1}{5}x^2y^{-1}}}{\sqrt[6]{5y^{-5}}}$

Problema 2

Sean $\boldsymbol{t} = \dfrac{\sqrt[4]{(-2)^2}.(2^{x+2})^2}{2^{2x-2}.2^6}$ y **p =** $\mathbf{(1+\sqrt{8})^2 - 9 + \sqrt{32}}$

Sin usar aproximaciones y mostrando todos los pasos de la resolución, comprobar que

$$\mathbf{t + p = 9\sqrt{2}}$$

Problema 3

Indique el valor de verdad de la siguiente proposición y justifique:

a) $\dfrac{\sqrt{a}.\ \sqrt[3]{b}\ .a^{-1}.b^{\frac{-2}{3}}}{a^{\frac{-3}{2}}\ .b^{\frac{-4}{3}}} = a^2.\sqrt{b}$

Problema 4

a) Simplifique la siguiente expresión:

$$\frac{(x^{a+b})^2(y^{a+b})^2}{(xy)^{2a-b}}$$

b) ¿Qué valor debe tomar b para que la expresión del inciso anterior sea igual a xy?

Problema 5

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones y justifique:

a) $\left|x\sqrt{3} - \sqrt{12}\right| = \sqrt{3}|x-2|$

b) $\dfrac{\sqrt{x^3}\ \sqrt[3]{y}\ x^{-2}\ \sqrt[3]{y}}{\sqrt{y^{-3}}\ x^{\frac{-3}{4}}} = x^4.\sqrt[3]{y^2}$

c) $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

Respuestas

1)a) $\frac{r^2\,\sqrt{p}}{q^6}$ b) $\frac{y}{\sqrt[3]{x}}$

2) Se verifica

3) Falso, da por resultado ab

4)a) $x^{3b}\,.\,y^{3b}$ b) $b = \frac{1}{3}$

5) a)Verdadero, $\left|x.\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\right| = \sqrt{3}\,|x - 2|$

b) Falso, da por resultado $\sqrt[4]{x}\,.\,y^{\frac{3}{2}}$

c) Falso, da por resultado $\sqrt{3} + 1$

COMPLEMENTO T.P. 3

Considere las siguientes expresiones en la variable x:

a) Simplifíquelas obteniendo para cada una de ellas una expresión equivalente a la dada.

b) Indique en cada caso para que valor/es de la variable x la expresión no tiene sentido

1) $A(x) = \frac{x^3+4x^2-21x}{x^3-9x} \div \left(\frac{x^2+6x+9}{x^2-49}\right)^{-1}$

2) $A(x) = \frac{2-x+\frac{x^2}{2+x}}{4-\frac{4}{2+x}}$

3) $A(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^3+x^2} \left(\frac{x^2+x-2}{3x^2-3}\right)^{-1} \left(\frac{x-1}{x^3+2x^2}\right)^{-1}$

4) $A(x) = \frac{x^2-9}{x^2-4} \left(\frac{x+3}{2x-4}\right)^{-1} + \frac{10}{x+2}$

5) $A(x) = \left(1-\frac{x}{x+2}\right)\left(\frac{-2x}{x+1}+\frac{2x+3}{x+2}\right)^{-1}$

6) $A(x) = \frac{3}{2x+2} - \frac{1}{4x-4} - \left(\frac{8-8x^2}{4}\right)^{-1}$

7) $A(x) = \frac{3+\frac{4}{x-1}}{\frac{x}{x+1}-\frac{x+1}{x-1}}$

Respuestas

1)Rta: $a) x \neq -3; 3; -7; 7; 0$ $b) = A(x) = \frac{x+3}{x-7}$

2)Rta: $a) x \neq -2$ $b) = A(x) = \frac{1}{x+1}$

3)Rta: $a) x \neq -1; 1; -2; 0$ $b) = A(x) = 3(x-1)$

4)Rta: $a) x \neq -3; -2; 2$ $b) = A(x) = 2$

5)Rta: $a) x \neq -3; -1; -2$ $b) = A(x) = \frac{2(x+1)}{x+3}$

6)Rta: $a) x \neq -1; 1$ $b) = A(x) = \frac{5}{4(x+1)}$

7)Rta: $a) x \neq -1; 1; -\frac{1}{3}$ $b) = A(x) = -x-1$

COMPLEMENTO T.P. 4

Problema 1

Resuelva las siguientes ecuaciones y verifique si las soluciones obtenidas satisfacen la ecuación original:

a) $\left|-\frac{1}{4}x - 1\right| = 10$

b) $(x-1)^2 = 4$

Problema 2

Considere la siguiente ecuación cuadrática en la variable k : $-2x^2 + 6x + k = 0$

Siendo k un parámetro desconocido, se pide:

a) Halle el valor del parámetro k para que $x = -1$ sea solución de la ecuación dada.

b) Halle todos los valores que puede tomar el parámetro k para que la ecuación tenga dos soluciones reales y distintas.

c) Halle las soluciones de la ecuación para el caso en que $k = 0$.

Problema 3

Considere la siguiente ecuación en la variable x : $-x^2 - 7x + l = 0$

Siendo l un parámetro desconocido, se pide determinar para qué valores de l la ecuación no tiene solución real. Justifique detalladamente su respuesta.

Problema 4

Complete el cuadrado en la siguiente expresión cuadrática en la variable x y resuélvala:

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

Respuestas

1a) $x = -44, \quad x = 36$ b) $x = -1, \quad x = 3$

2)a) $k = 8$ b) $m > \frac{-18}{4}$ c) $x_1 = 0$; $x_2 = 3$.

3) $l < \frac{-49}{4}$

4) $x_1 = -5$; $x_2 = -3$

COMPLEMENTO T.P. 5

Problema 1

Considere la desigualdad sobre **R:** $\boldsymbol{x^2 - 2x - 15 \leq 0}$

a)Verificar que x=-5 no es solución de la inecuación
b)Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 2

Considere la desigualdad sobre **R:** $(5 - x)(x + 7) \leq 0$

a)Verificar que x=7 es solución de la inecuación
b)Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 3

Considere la desigualdad sobre **R:** $\frac{x+2}{2-x} < 3$

a)Verificar que x=-2 no es solución de la inecuación
b)Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 4

Considere la desigualdad sobre **R:** $\boldsymbol{|2x - 3| \geq 5}$

a)Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Respuestas

1.b)S= $[-3; 5]$

2.b)S= $(-\infty; -7] \cup [5; +\infty)$

3.b)S= $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

4.a)S= $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

COMPLEMENTO T.P. 6

Problema 1

Representar todos los puntos del plano real cuya distancia al punto (2,2) sea igual a 1.

Problema 2

Probar que los puntos: *A*(1 ; 7) , *B*(4 ; 6) y *C*(1 ; -3) pertenecen a una circunferencia de centro *O*(1 ; 2) .

Problema 3

Determinar la condición para que los puntos *A*($0\,;\ \alpha$) y *B*(1 ; 2) disten una unidad.

Problema 4

Identificar si el punto A(2 ; 4) pertenece a la región del plano $x^2 - 9 > 0$. Justificar gráficamente.

Problema 5

¿La siguiente ecuación: $x^2 + 2x + y^2 = 2$, es la ecuación de una circunferencia? En caso afirmativo, ¿cuál es su centro y radio?

Problema 6

Determinar el centro $(\alpha\,;\ -2)$de una circunferencia, sabiendo que el punto (2 ; 1) pertenece a la misma y su radio es $\sqrt{10}$.

Problema 7

Los vértices de un rectángulo se encuentran en los puntos A(8 ; 10) , B(-6 ; 10), C(-6 ; -6) y D(8 ; -6). ¿Cuál es su perímetro y su área?

Respuestas

1) Todos los puntos del plano real cuya distancia al punto (2 ; 2) sea igual a 1, por definición de circunferencia, son todos los puntos de una circunferencia de radio 1 y centro (2 ; 2). Por lo tanto serán todos los pares ordenados (x ; y) que satisfagan la ecuación de dicha circunferencia: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$, como por ejemplo el punto (2 ; 3).

2) Para determinar que los puntos A; B y C pertenezcan a la circunferencia de centro O(1 ; 2), todos ellos deben tener la misma distancia a dicho punto. Entonces:

$$\left.\begin{array}{l} d(A\,,O) = \sqrt[2]{(1-1)^2 + (7-2)^2} = \sqrt[2]{0+25} = 5 \\ d(B\,,O) = \sqrt[2]{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt[2]{9+16} = 5 \\ d(C\,,O) = \sqrt[2]{(1-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt[2]{0+25} = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Todos}$$

tienen la misma distancia y pertenecen entonces a la circunferencia: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$

3) La distancia entre estos dos puntos del plano es : $d(A\,,B) = \sqrt[2]{(0-1)^2 + (\alpha-2)^2} = 1 \Longrightarrow$

$= \sqrt[2]{1 \quad + (\alpha-2)^2} = 1$ Elev.

Al cuadrado

$= \quad 1 \quad + (\alpha-2)^2 = 1$

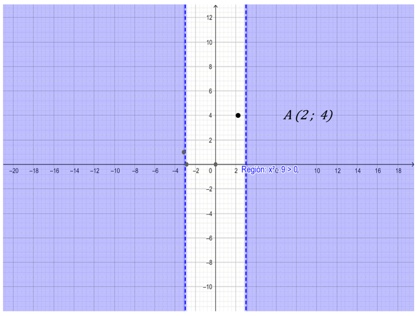
Resuelvo la ecuación

$= \quad (\alpha-2)^2 = 0$

$\alpha - 2 = 0$

$\alpha = 2$

4) Si el punto A(2 ; 4) pertenece a la región del plano $x^2 - 9 > 0$, tendrá que verificar que $x^2 > 9$, es decir que $x > 3$ o $x < -3$. En este caso vemos que el punto A(2 ; 4) NO pertenece a esta región, cosa que podemos verificar en el siguiente gráfico:



5) Sabemos que tenemos que completar los cuadrados en $x^2 + 2x + y^2 = 2$. En este caso hacemos: $x^2 + 2x + 1 + y^2 = 2 + 1$ Resolviendo y agrupando nos queda: $(x+1)^2 + (y-0)^2 = 3$ que es la ecuación de una circunferencia de centro (-1 ; 0) y radio $\sqrt{3}$

6) Si reemplazamos en la ecuación de la circunferencia por su centro $(\alpha\,; -2)$ y su radio $\sqrt{10}$, nos queda: $(x-\alpha)^2 + (y+2)^2 = 10$. Como el punto (2 ; 1) pertenece a la circunferencia, debe verificar la misma. Entonces reemplazando en la ecuación anterior: $(2-\alpha)^2 + (1+2)^2 = 10$. Resolvemos la ecuación y hallamos que α puede tomar dos valores, 1 y 3.

7) El perímetro de un rectángulo es $: 2.(B + h)$ y su superficie es : $B.h$, siendo B la base del rectángulo y h su altura. Hallando la distancia entre los puntos, nos queda que $B = 14$ y la $h = 16$. Por lo tanto reemplazamos en las fórmulas anteriores y determinamos que el perímetro es 60 $unidades$ y la superficie 224 u^2

COMPLEMENTO T.P. 7

Problema 1. a) Hallar la ecuación de la recta L_1 que pasa por los puntos $\mathrm{R}(-3;0)$ y $\mathrm{S}(4;14)$.

b) Determinar, si es posible, la ecuación de la recta L_2 que es perpendicular a la recta L_1 y pasa por el punto $\mathrm{M}(-6;\ 4)$.

c) Decidir si el punto $P(-2;\ 2)$ pertenece a la recta L_1. ¿Y a la recta L_2? Justifique.

d) Graficar ambas rectas en un sistema de ejes coordenados.

Problema 2. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

a) La recta L_1: $2y - 4x = 12$ es perpendicular a la recta $L_2: -3+\frac{1}{2}y - x = 0$.
b) La recta $L_3: y + 9 = 2x$ es paralela a L_1 y pasa por el punto (4, 1).
c) El área del triángulo que tiene por lados los ejes coordenados y a la recta L_1 es 9.

Problema 3. Dados los puntos $A(0;6)\ y\ B(6{,}3)$, se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta L_1 que contiene a ambos puntos.
b) Sabiendo que el punto C (4, y) pertenece a la recta L_1, hallar la ordenada de dicho punto.
c) Escribir la ecuación de una recta L_2 paralela a L_1 y que pasa por el punto $D(4{,}8)$.

Problema 4. Dadas las rectas $\mathrm{L_1}:\ \mathrm{y} + 2\mathrm{x} - 8 = 0$; $\mathrm{L_2}:\ \mathrm{y} - \frac{1}{2}\mathrm{x} - 3 = 0$, se pide:

a) Graficar ambas rectas en un mismo plano coordenado.
b) Si las rectas se intersecan en el punto $T(2;4)$ calcular el área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de ordenadas.
c) Si las rectas se intersecan en el punto $T(2;4)$ calcular el área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de abscisas.

Problema 5. a) Si la recta $\mathrm{L_1}$: $y = mx + 5$ y pasa por el punto $N(-\frac{2}{5};\ 4)$ entonces la pendiente de dicha recta será:

a) $m = -5$ b) $m = -\frac{2}{5}$ c) $m = \frac{5}{2}$

b) Graficar L_1 en un sistema de ejes coordenados.

c) Calcular el área del triángulo que tiene por lados los ejes coordenados y a la recta L_1.

Problema 6. a) Hallar la ecuación de la recta L_1 que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a la recta L_2 determinada por los puntos $S\left(1;\ \frac{5}{4}\right)$ y $P(-4, 5)$.

b) ¿Es cierto que $L_3 : y = \frac{4}{3}x - 2$ es paralela a L_1? Justificar.

Respuestas:

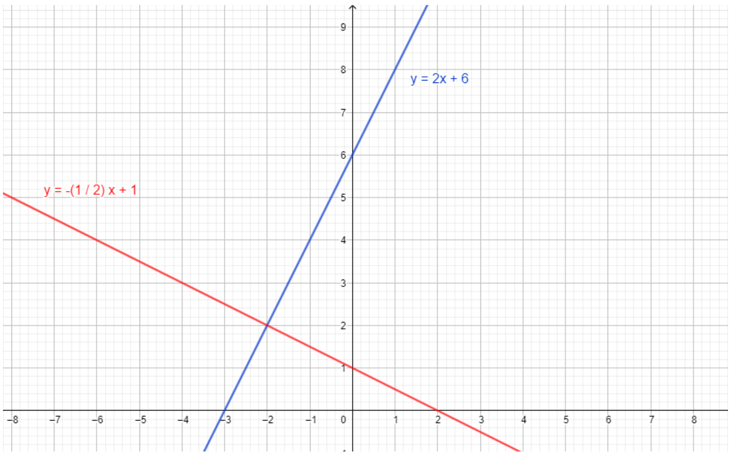
Problema 1:

a) L_1: $y = 2x + 6$

b) L_2: $y = -\frac{1}{2}x + 1$

c) El punto $P(-2;\ 2)$ pertenece a ambas rectas.

d)



Problema 2:

a) Falsa, las rectas son coincidentes.

b) Falsa, la recta L_3 es paralela a L_1, pero no pasa por el punto (4, 1).

c) Verdadera.

Problema 3:

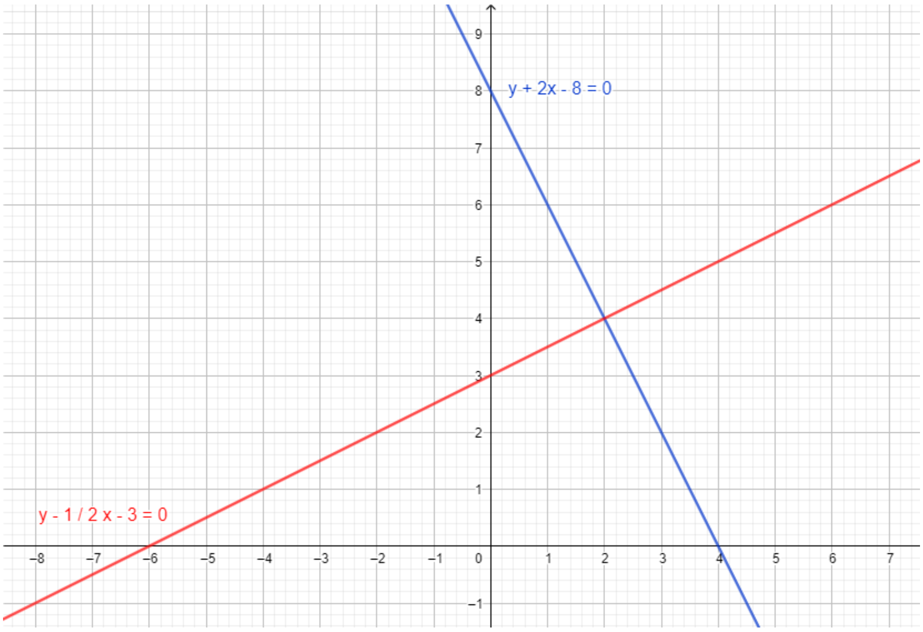
a) La ecuación de la recta L_1 que contiene a ambos puntos es $y = -\frac{1}{2}x + 6$.

b) La ordenada del punto C es 4, es decir C (4, 4).

c) La ecuación de una recta L_2 paralela a L_1 y que pasa por el punto $D(4{,}8)$ es $y = -\frac{1}{2}x + 10$.

Problema 4:

a)



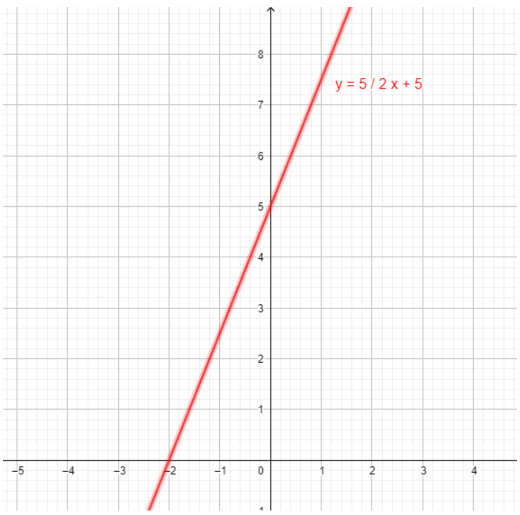
b) El área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de ordenadas es 5.

c) El área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de abscisas es 20.

Problema 5.

a) Opción c) $m = \frac{5}{2}$

b)



c) El área del triángulo que tiene por lados los ejes coordenados y a la recta L_1 es 5.

Problema 6.

a) $L_1: y = \frac{4}{3}x$

b) Es cierto que L_3 es paralela a L_1, pues tienen la misma pendiente.

COMPLEMENTO T.P.8

Problema 1

Encuentre analíticamente el conjunto solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} x+y=1 \\ x+2=2y \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x-y=3 \\ 4y-2x=-12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y=14-3x \\ 2x+3y=14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y=\frac{11}{2}-\frac{5}{2}x \\ 2x-3y=12 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+2y=1 \\ y-3x=-10 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x+y=4 \\ -2y=6x+1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 5y+6x=1 \end{cases}$

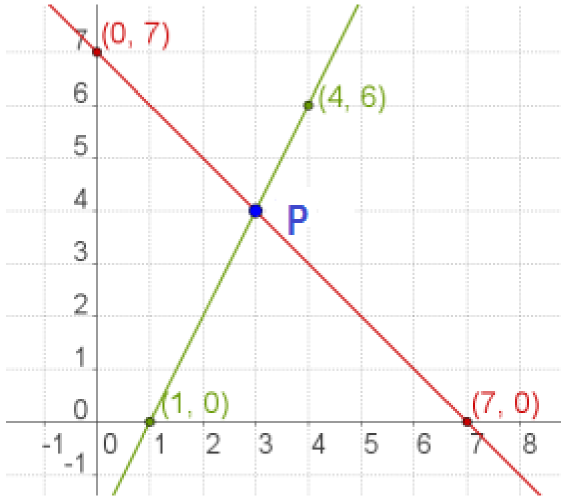
h) $\begin{cases} x-4y=5 \\ -15+3x=12y \end{cases}$

i) $\begin{cases} \frac{x}{y}=-2 \\ 4x+y=x+5 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x+y+1=0 \\ x-y-1=2 \end{cases}$

Problema 2

Dado el siguiente gráfico, se pide:
a) Halle la ecuación de la recta representada en color verde.
b) Halle la ecuación de la recta representada en color rojo.
c) Escriba el sistema de ecuaciones lineales halladas en los puntos a) y b)
d) Resuelva mediante un método analítico, el sistema de ecuaciones expresado en el punto c). Indique las coordenadas del punto P y verifique.



Problema 3

Indique si es verdadero o falso. Justifique la respuesta dada.

a) El conjunto solución del sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 4y + 3x = 25 \end{cases}$ es el punto (3, 4)

b) El conjunto solución del sistema $\begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$ es el punto (1,2)

c) El conjunto solución del sistema $\begin{cases} 5x = 4 - 3y \\ 2x - 1 = y \end{cases}$ es el punto (-1,3)

Problema 4

Escriba un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución sea:

a) Sol. = $(3, -4)$
b) Sol. = $(3, \frac{1}{2})$

Respuestas

1 a) Sol. = (0, 1) b) Sol. = (0, -3) c) Sol. = (4, 2) d) Sol. = $(3, -2)$ e) Sol = $(3, -1)$
f) Sol = { } g) Sol. = $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ h) Infinitas Soluciones i) Sol. = $(2, -1)$ j) Sol = $(1, -2)$

2 a) $y = 7 - x$ b) $y = 2x - 2$ c) $\begin{cases} y = 7 - x \\ y = 2x - 2 \end{cases}$ d) P= (3, 4)

3 a) V b) F c) F

COMPLEMENTO T.P.9

Problema 1

a) Represente el conjunto solución del siguiente sistema de desigualdades, calcule y señale los vértices:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 6 \\ y \leq \frac{1}{2}x + 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Determine analíticamente si los puntos $(2;\ 1)$, $\left(1;\frac{3}{2}\right)$ y $\left(-3;-\frac{1}{2}\right)$ pertenecen o no al conjunto solución

Problema 2

c) Represente el conjunto solución del siguiente sistema de desigualdades, calcule y señale los vértices:

$$\begin{cases} -x + 2y \leq 2 \\ x + y \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

d) Determine analíticamente si los puntos $(3;\ -1)$, $(2;1)y\ (1;2)$ pertenecen o no al conjunto solución

Problema 3

La recta L_1 contiene a los puntos $A\ (-\frac{1}{2};\ 4)\ y\ B\ (1;\ 1)$, y la ecuación de$L_2$ es: $-2x + y + 5 = 0$

a) Verifique que las rectas L_1 y L_2no son paralelas, y halle el punto de intersección entre ambas
b) Determine si la circunferencia $C: x^2 - 4x + y^2 + 2y - 20 = 0$ tiene su centro en el punto de intersección de las rectas L_1 y L_2 y exprésela en su forma canónica, indicando claramente el centro y el radio.
c) Obtenga analíticamente la ecuación de la recta tangente a la circunferencia C en el punto $P(6;2)$
d) Represente las 3 rectas y la circunferencia en un mismo sistema de ejes coordenados

Problema 4

a) Encuentre y escriba una ecuación de la recta L_2 sabiendo que es perpendicular a la recta $L_1: -2x + y + 3 = 0$
y que L_2 contiene al punto $P(5;\ 2)$
b) Determine si el punto de intersección de las rectas L_1 y L_2 .
c) Dada la circunferencia $C: x^2 + y^2 + 2x = 24$, exprésela en su forma canónica.
d) Analice si el punto obtenido en el item b) pertenece a la circunferencia anterior.
e) Obtenga en forma analítica los puntos de intersección de la circunferencia C y el eje de abscisas
f) Represente las 2 rectas y la circunferencia en un mismo sistema de ejes coordenados

COMPLEMENTO T.P.10

Problema 1) Determine el Dominio natural de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt[3]{x}}$

b) $g(x) = \frac{x-5}{4+x}$

c) $h(x) = \frac{6.x-12}{\sqrt{2.x+10}}$

d) $t(x) = \sqrt{\frac{2.x-12}{x+5}}$

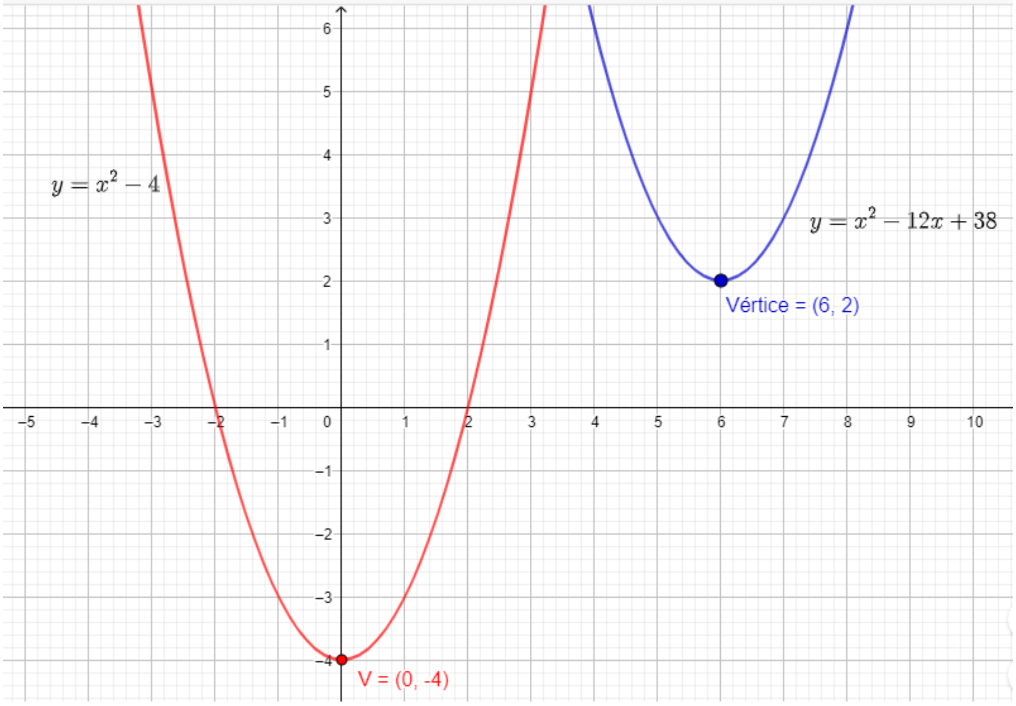
e) $l(x) = \frac{4}{x^2-10.x}$

Problema 2) Dada la función cuadrática $f(x) = x^2 - 3$, se pide:

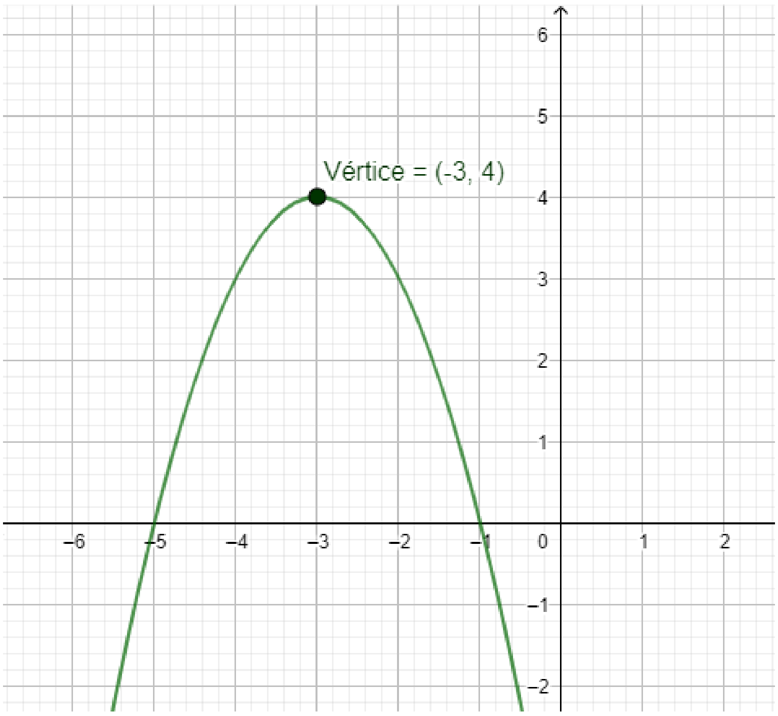
a) Grafíquela en el plano coordenado.
b) Si $f(x)$ sufre un desplazamiento horizontal de 3 unidades hacia la derecha y vertical de 8 unidades hacia arriba, ¿Cuál será la nueva función obtenida? Escriba su ecuación y realice su gráfica.

Problema 3) A partir del análisis del gráfico dado, se pide:

a) Identifique los desplazamientos sufridos por la función $y = f(x) = x^2 - 4$ hasta la obtención de la parábola azul con vértice (6 , 2)
b) Verifique si la función obtenida es equivalente a: $y = f(x) = x^2 - 12x + 38$.



Problema 4) La función $y = f(x) = x^2$ sufrió varios desplazamientos hasta la obtención de la parábola que se muestra a continuación:



Indicar cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones representa la parábola graficada:

a) $\mathrm{g}(x) = -x^2 - 6x + 5$

b) $\mathrm{g}(x) = -x^2 + 6x - 5$

c) $g(x) = -x^2 - 6x - 5$

d) $\mathrm{g}(x) = -(x + 3)^2 - 4$

e) $\mathrm{g}(x) = (x - 3)^2 + 4$

f) $g(x) = -(x + 3)^2 + 4$

g) $\mathrm{g}(x) = -(x - 3)^2 - 4$

¿Qué tipos de transformaciones sufrió la función $y = f(x) = x^2$?

Respuestas:

Problema 1)

a) Dom de $f(x)$: R – {0}

b) Dom de $g(x)$: R – {4}

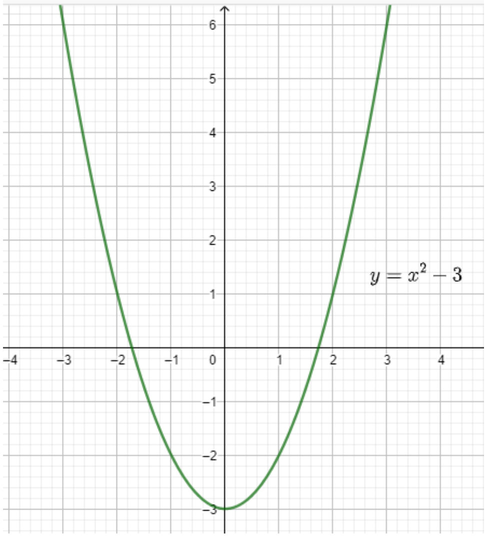
c) Dom de $h(x)$: $x > -5$ ó $(-5, \infty)$

d) Dom de $t(x)$: $(-\infty, -5) \cup [6, \infty)$

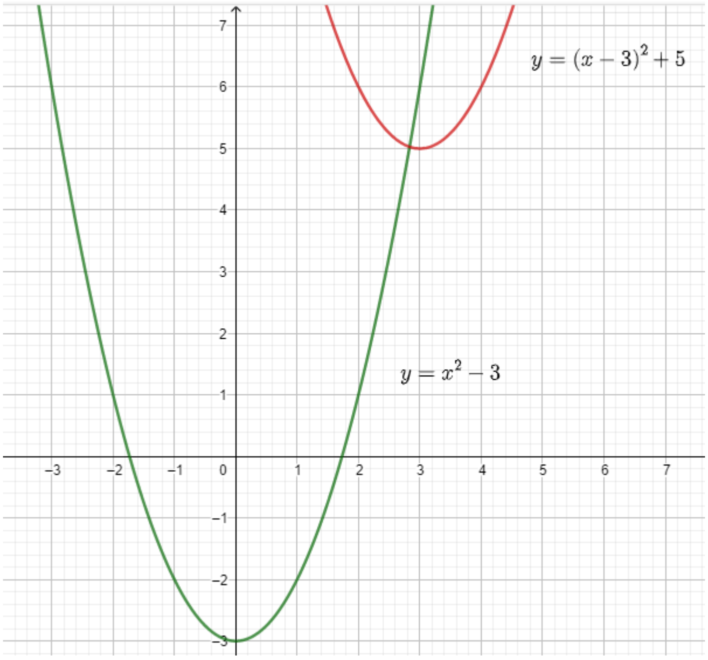
e) Dom de $l(x)$: R – {0 ; 10} ó $(-\infty, 0) \cup (0, 10) \cup (10, \infty)$

Problema 2)

a)



b)



Problema 3)

a) Se desplazó 6 unidades hacia la derecha y 6 unidades hacia arriba

b) A partir de la función: $y = f(x) = x^2 - 4$

Restamos 6 a la variable independiente (desplazamiento vertical) y obtenemos: $y = f(x) = (x - 6)^2 - 4$

Luego sumamos 6 a la función que corresponden al desplazamiento vertical y obtenemos: $y = f(x) = (x-6)^2 - 4 + 6$

Obtenemos: $y = f(x) = (x-6)^2 + 2$

Desarrollando: $y = f(x) = x^2 - 12.x + 36 + 2$

Verifica la ecuación dada: $y = f(x) = x^2 - 12.x + 38$

Problema 4)

Las opciones correctas son las c) y la f)

Se desplazó tres unidades hacia la izquierda, 4 unidades hacia arriba y una reflexión.

COMPLEMENTO T.P.11 Y 12

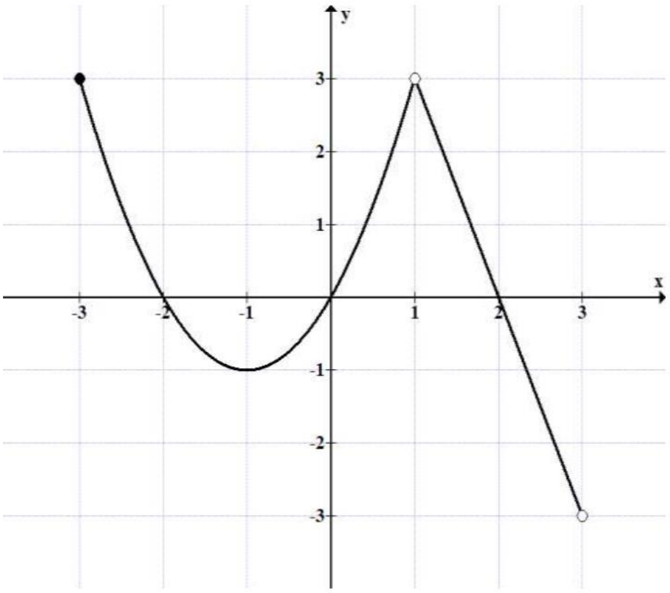
Problema 1

¿Verdadero o Falso? Si encuentra algún resultado falso, muestre la resolución correcta

Expresión de la función	Sabemos que	¿Es verdadero o falso?	V	F
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$V(-4, 5)$	*Raíces*: $x_1 = -1;\ x_2 = -6$		
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$V(1, 3)$ *Las raíces son*: $x_1 = -1;\ \ x_2 = 3$	$a > 0$		
$f(x) = a(x - h)^2 + k$	No tiene raíces reales	$\frac{-k}{a} < 0$		
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	$f(x) = a(x - 3)(x + 5)$	Ecuación del eje de simetría: $x = 1$		
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$a > 0$; $V(0, 3)$	$c > 0$; $D < 0$		

Problema 2

La gráfica adjunta corresponde a una función $\boldsymbol{f}$, de variable independiente $\boldsymbol{x}$**:**



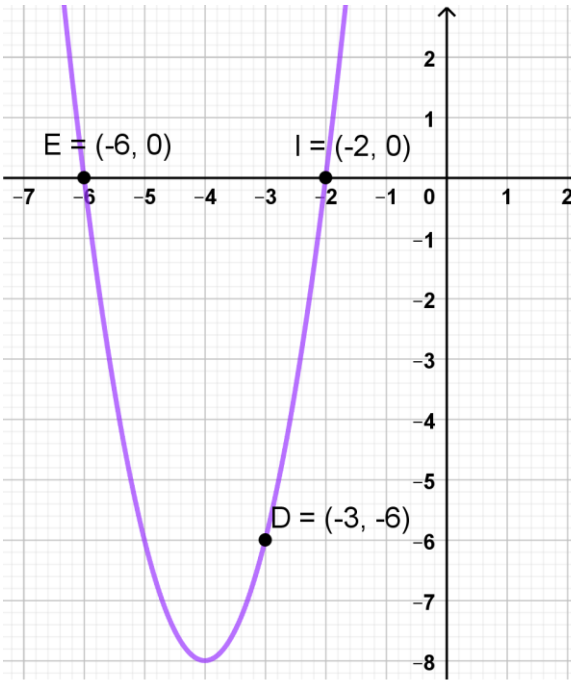
a) Indique Dominio y Rango de la función $\boldsymbol{f(x)}$

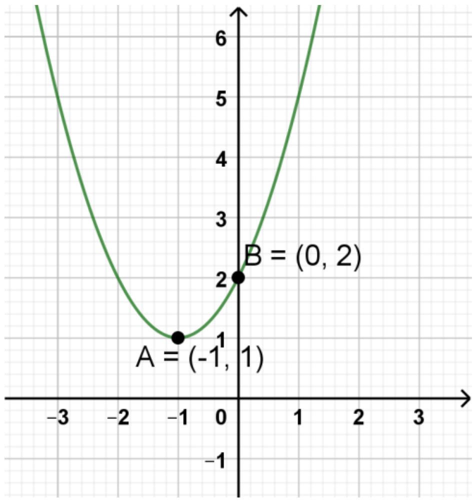
b) Escriba la expresión analítica de la función $f(x)$, sabiendo que su gráfica está formada por un arco de parábola y un segmento de recta

Problema 3

Las parábolas que se muestran a continuación corresponden a 3 funciones cuadráticas:

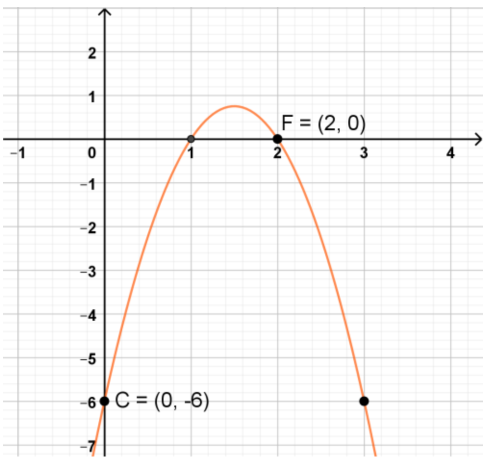
a)





b)

c)



De ser posible, escriba la expresión analítica de cada función, en las tres formas estudiadas (polinómica, factorizada y estándar).

Problema 4

La gráfica de la función cuadrática $g(x) = -x^2 + bx - 4$ y la recta $\boldsymbol{L}$, se cortan en los puntos $A(3,2)$ y $B(5,-4)$

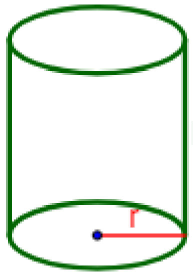
a) Halle la ecuación de la recta y la expresión de la función cuadrática.
b) Grafique la recta y la parábola en un mismo sistema.

Problema 5

Para fabricar un depósito cilíndrico de cereales se necesitan materiales distintos para las bases y el lateral. El precio por metro cuadrado del material de las bases es de $\$2$, y el del lateral es de $\$15$.

Si se sabe que la altura del depósito debe ser de 10 metros, calcule aproximadamente, entre qué valores deberá oscilar la medida del radio (en metros), para que el costo del depósito no supere los $\$25.000$.

<u>Aclaración</u>: *Los costos están expresados en miles de pesos.*
Exprese los resultados con dos decimales.



<u>RESPUESTAS:</u>

1) Falso
Falso
Verdadero
Falso
Verdadero

2) a) Dominio (f): $[-3,1) \cup (1,3)$

b)

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 - 1 & si\ 3 \leq x < 1 \\ -3x + 6 & si\ 1 < x < 3 \end{cases}$$

3) a) $f(x) = 2(x+4)^2 - 8$

$f(x) = 2x^2 + 16x + 24$

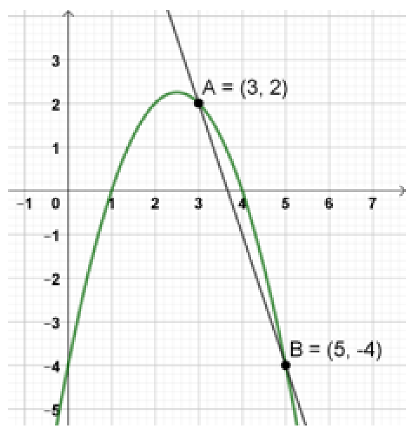
$f(x) = 2(x+6)(x+2)$

b) $f(x) = (x+1)^2 + 1$

$f(x) = x^2 + 2x + 2$

4) $y = -3x + 11$

$f(x) = -x^2 + 5x - 4$

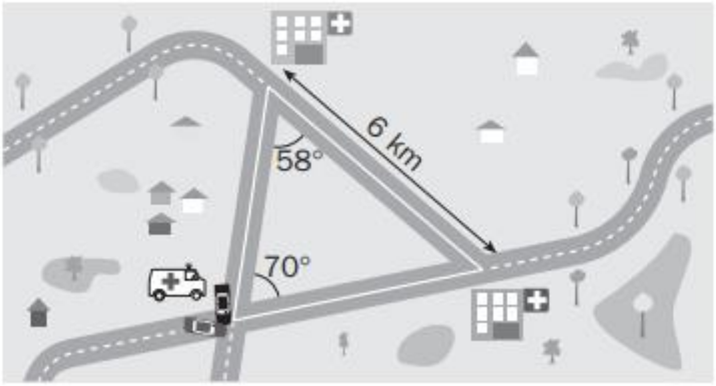


5) $0 < radio \leq 20{,}77$

COMPLEMENTO T.P.13

Problema 1

Una ambulancia está socorriendo a los heridos de un accidente de tráfico. Observa el mapa y señala cuál de los dos hospitales se encuentra más cerca del lugar del accidente.



Rpta: d1=5,415 km; d2= 5,032 km. Esta más cerca del accidente el hospital cuya distancia es d2.

Problema 2

Una parcela triangular está delimitada por tres arboles como se muestra en la figura. Sus dueños han decidido vallarla. Si la alambrada se vende en rollos de 50 metros, ¿cuántos rollos necesitan comprar? ¿Cuántos metros les sobrarán?

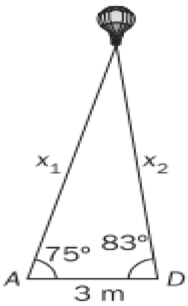
Rpta: Los dueños deben comprar aproximadamente 8 rollos de valla y sobraran 34,89 metros.

Problema 3

Un globo sobrevuela una ciudad. Alberto lo observa con un ángulo de elevación de 75, y David, con un ángulo de elevación de 83. Alberto y David se encuentran a 3 metros el uno del otro.

a) Calcula a qué distancia se encuentra el globo de cada uno de ellos.

b) ¿A qué altura vuela el globo?



Rta: a) La distancia de Alberto al globo es de 7,949 m y la del globo a la de David es de 7,736 m. b) La altura del globo es de 7,678 m.

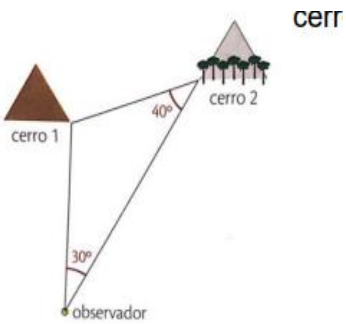
Problema 4

Una persona ubicada en una plaza observa dos casas, una de ella a 150m y la otra a 120m, formando un ángulo de 100º, aproximadamente. ¿A qué distancia se encuentran ambas casas?

Rpta: La distancia entre ambas casas es de aproximadamente 207,72 m.

Problema 5

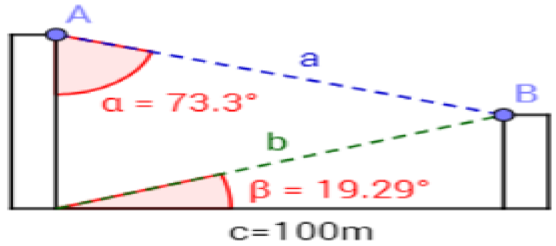
Para determinar la distancia entre dos cerros, se tienen los datos que muestra el dibujo y se sabe que la distancia del observador al cerro 1 es 1km. ¿Cuál es la distancia entre los cerros?



Rpta: La distancia entre los cercos es de aproximadamente 0,77km.

Problema 6

Miguel desea calcular la altura de dos edificios que están situados a 100 metros el uno del otro. Como tiene acceso al edificio más alto, observa que desde la azotea de dicho edificio se avista la azotea del otro bajo un ángulo de α=73,3◦. Desde la base del mismo edificio, se ve la azotea del otro edificio bajo un ángulo de β=19,29. Como muestra la siguiente figura:

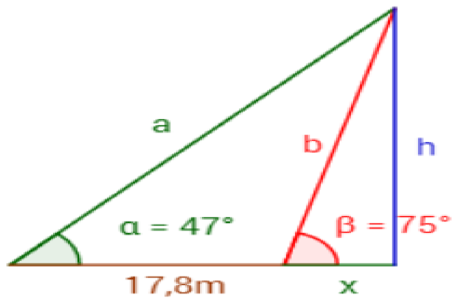


a) ¿Puede Miguel calcular la altura de los edificios con los tres datos con los que cuenta?
b) En caso afirmativo, ¿cuál es la altura de cada uno?

Rta: a) Si es posible calcular la altura de los edificios. b) Edificio chico: 34,96m; Edifico alto: 64,92m.

Problema 7

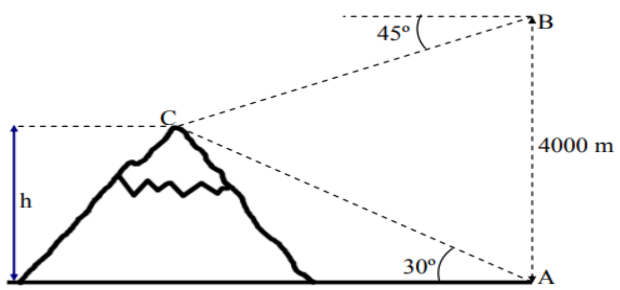
Desde una determinada distancia, una bandera situada en la parte superior de un torreón se observa con un ángulo de 47º. Si nos acercamos 17,8 metros al torreón, la bandera se observa con un ángulo de 75º. Calcular la altura a la que se encuentra la vadera.



Rta: La bandera se encuentra aproximadamente a 26,78 m de altura.

Problema 8

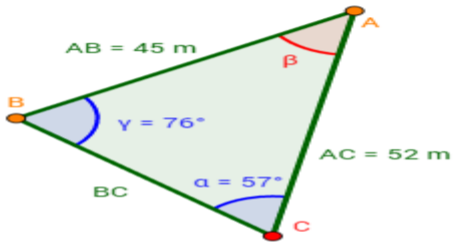
Teniendo en cuenta la siguiente representación, halle la altura de la montaña:



Rta: La altura de la montaña es de 1464m.

Problema 9

Cesar y Franco deciden competir en carreras alrededor de un parque. El parque tiene forma de triángulo con vértices *A*, *B* y *C*, ángulos $\alpha = 57°$ y $\gamma = 76º$ y lados *AC* = 52 m y *AB* = 45 m, como se muestra a continuación:



Cesar parte del vértice *A* y Franco parte del vértice *B*. La meta para ambos es el vértice *C*, pero cada uno debe pasar por el vértice del cual partió el otro antes de dirigirse hacia *C*. Si los dos corren a la misma velocidad y salen al mismo tiempo, ¿cuál de los dos amigos ganará la competición?

Rta: La competición la ganará Cesar ya que la distancia que recorrerá es de 84,21 m y la de Franco es de 97 m.